

# Streszczenie

Szeroka grupa zagadnień inżynierskich i technologicznych, dotyczących ośrodków niejednorodnych, wymaga dokładnego wyznaczania pól lokalnych w obszarach ich koncentracji. Są to zagadnienia związane np. z wytrzymałością, zmęczeniem, zużyciem materiałów, polikryształami, kompozytami; projektowaniem konstrukcji i części maszyn; oceną ryzyka w górnictwie; modelowaniem wielkoskalowym i statystyczną analizą wartości ekstremalnych.

W ośrodkach trójwymiarowych obszarami szczególnej koncentracji pól fizycznych są sąsiedztwa linii osobliwych, będących przecięciami powierzchni elementów strukturalnych, konturami szczelin, granicami cienkich wtrąceń, krawędziami bloków oraz innymi liniami skokowych zmian powierzchni takich jak załamania geometrii, podtoczenia, nawiercenia, nacięcia i naroża. Koncentracja naprężeń powstająca w pobliżu linii osobliwych, jest źródłem niekorzystnych procesów fizycznych, takich jak nukleacja uszkodzeń, inicjacja i wzrost pęknięć, korozja, zużycie, itp. W aspekcie obliczeniowym są one źródłem trudności podczas modelowania numerycznego.

Metodologia opracowana w niniejszej pracy ma na celu zwiększenie dokładności wyznaczania naprężeń w modelowaniu ośrodków niejednorodnych, ze szczególnym uwzględnieniem obszarów o dużej koncentracji pól. Zaproponowana metoda jest metodą elementów brzegowych opartą na wybranych brzegowych równaniach całkowych. Równania te są uniwersalne i zawierają cztery typowe jądra pojawiające się w analizach problemów teorii sprężystości. Opracowany uniwersalny trapezoidalny element brzegowy uwzględnia dowolny wykładnik w potęgowej asymptocie w otoczeniu linii osobliwych. Element zapewnia efektywne obliczanie współczynników wpływu (w szczególności współczynników intensywności naprężeń) poprzez

zastosowanie wyprowadzonych wzorów rekurencyjnych, które sprowadzają obliczenia dla każdego z czterech jąder do operacji arytmetycznych na niewielkiej liczbie pojedynczych całek startowych. Dla ważnego przypadku asymptotyki pierwiastkowej, typowej dla krawędzi szczeliny, do obliczania całek startowych wykorzystano wysoko wydajne, specjalnie dostosowane algorytmy Carlsona.

Stosowalność metody została sprawdzona i zilustrowana przykładami numerycznymi. Wyniki symulacji potwierdzają jej wysoką efektywność. Stworzony uniwersalny moduł obliczeniowy napisany w języku *C++* może być włączany do standardowych programów MEB.

# Abstract

Wide classes of engineering and technological problems, concerning with heterogeneous media, require accurate evaluation of fields in areas of their concentration. These are problems related, for instance, to strength, fatigue, wearing of materials; polycrystals, composites; design of structures and machine parts; risk assessment in mining; large-scale and statistical modelling of extremes.

In three-dimensional media, areas of high concentration of physical fields are neighborhoods of singularities, which are intersections of surfaces of structural elements, crack contours, boundaries of thin inclusions, edges of blocks and other lines of abrupt changes of surfaces such as deviations of geometry, undercuts, bores, cuts and corners. Stress concentrations, arising in the vicinity of singular lines, the sources of unfavorable physical processes, such as nucleation of flaws, crack initiation and growth, corrosion, wearing, etc. In computational aspect, they are the sources of difficulties during numerical modelling.

The methodology developed in this work aims to improve the accuracy of stress calculation in modelling heterogeneous media, with emphasis on areas of high field concentration. The proposed method is the boundary element method based on selected boundary integral equations specially adopted to the problems considered. These equations are universal and contain the four typical kernels arising in the analyses of elasticity theory problems. The developed universal trapezoidal boundary element accounts for power asymptotics with arbitrary exponent in the vicinity of singular lines. The element provides efficient evaluation of the influence coefficients (in particular stress intensity factors) by using the derived recursive formulas which reduce calculations for each of the four kernels to arithmetic operations on a small

number of 1D starting integrals. For the important case of square root asymptotics, typical for crack edges, highly efficient Carlson algorithms are adapted for computation of the starting integrals.

The applicability of the method is checked and illustrated by numerical examples. Simulation results confirm its high efficiency. The created universal calculation module written in C++ can be incorporated into conventional MEB programs.