

Prof. dr hab. inż. Piotr Fedeliński
Katedra Mechaniki i Inżynierii Obliczeniowej
Wydział Mechaniczny Technologiczny
Politechnika Śląska
44-100 Gliwice, ul. Konarskiego 18A
Tel. 32 2371635, Fax: 32 2371282
E-mail: Piotr.Fedelinski@polsl.pl

Gliwice, 20.02.2022 r.

Recenzja

**rozprawy doktorskiej mgra inż. Dawida Jaworskiego
pt. „Zastosowanie specjalnych elementów brzegowych w analizie
trójwymiarowych problemów teorii sprężystości dla ośrodków silnie niejednorodnych”
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza
Promotor: Prof. dr hab. Aleksandr Linkov
Promotor pomocniczy: Dr hab. Liliana Rybarska-Rusinek**

1. Ogólna charakterystyka rozprawy

W materiałach niejednorodnych stanowiących połączenie materiałów o różnych własnościach, np. w polikryształach, w materiałach warstwowych, w kompozytach zawierających włókna lub wtrącenia, a także w materiałach nieciągłych zawierających pustki lub szczeliny występuje duża zmienność pól fizycznych. Dodatkowo na pola ma wpływ sposób połączenia materiałów i wzajemne oddziaływanie powierzchni szczelin. Osobliwości pól fizycznych w takich materiałach mogą być scharakteryzowane przez rzędy osobliwości i współczynniki intensywności. Ze względu na złożoność zjawisk, takie materiały analizowane są metodami komputerowymi. Analiza komputerowa pozwala na określenie lokalnych pól fizycznych, które mają znaczenie np. w analizie wytrzymałościowej oraz globalnych pól fizycznych, które można wykorzystać w zagadnieniach homogenizacji i wyznaczenia np. sztywności materiału. W zależności od rodzaju zagadnienia, wielkość analizowanego obszaru materiału może być rzędu od nanometrów np. w inżynierii materiałowej do kilometrów np. w geofizyce.

W analizie takich zagadnień szczególnie efektywna jest metoda elementów brzegowych (MEB), która umożliwia analizę różnych materiałów w wyniku interpolacji wyłącznie wielkości brzegowych. Dokładność MEB w analizie osobliwych pól fizycznych można dodatkowo zwiększyć przez zastosowanie specjalnych elementów brzegowych.

Doktorant w swojej rozprawie doktorskiej przedstawił brzegowe równania całkowite oraz ich wykorzystanie w analizie materiałów niejednorodnych i nieciągłych. Zbadał dokładność i efektywność opracowanej metody i programu komputerowego na przykładzie pęknięć w przestrzennych obszarach nieograniczonych.

Tematyka recenzowanej rozprawy doktorskiej dotyczy zastosowania metod komputerowych w mechanice materiałów i mieści się w dyscyplinie naukowej inżynieria mechaniczna.

2. Przegląd treści rozprawy

Rozprawa doktorska napisana jest na 106 stro nach i składa się ze spisu treści, spisu rysunków, spisu tabel, wykazu skrótów i oznaczeń, sześciu rozdziałów, dwóch dodatków, spisu literatury, streszczenia w języku polskim i angielskim.

W rozdziale 1. opisano znaczenie analizy materiałów niejednorodnych i nieciągłych z wykorzystaniem metod komputerowych. Przedstawiono rodzaje struktur materiałów powodujących powstanie osobliwych pól fizycznych. Sformułowano cel, którym jest opracowanie metody pozwalającej na dokładną analizę odkształceń i naprężeń w obszarach gdzie występuje spiętrzenie pól mechanicznych. Cel ten zrealizowano przez zastosowanie metody elementów brzegowych i specjalnych elementów czworokątnych. Rozdział zawiera przegląd treści rozprawy.

W rozdziale 2. przedstawiono równania równowagi wyrażone w przemieszczeniach dla materiału jednorodnego i izotropowego oraz warunki brzegowe określone przez przemieszczenia, siły powierzchniowe lub związki między tymi wielkościami. Opisano sposób otrzymywania rozwiązań osobliwych. Przedstawiono brzegowe równania całkowe podejścia bezpośredniego i pośredniego, związki między nimi, i ich wykorzystanie w modelowaniu materiałów niejednorodnych, z pustkami i szczelinami. Omówiono własności rozwiązań podstawowych. Przedstawiono brzegowe równania całkowe dla materiałów składających się z podobszarów o różnych własnościach.

Rozdział 3. omawia sposób interpolacji wielkości brzegowych za pomocą zwykłych i specjalnych elementów brzegowych, metody obliczania całek oraz postać równań otrzymanych w wyniku dyskretyzacji układów. Opracowano metodę analityczną obliczania rekurencyjnego całek dla zwykłych elementów. Dla elementów specjalnych zastosowano metodę całkowania Carlsona. Sformułowano brzegowe równania całkowe dla przypadku gdy współczynniki Poissona podobszarów są takie same.

W rozdziale 4. analizowano pęknięcia w przestrzennym obszarze nieograniczonym: rozciągane i ścinane płaskie pęknięcie kołowe, rozciągane płaskie pęknięcie prostokątne i rozciągane pęknięcie będące wycinkiem powierzchni walcowej. Oceniono dokładność przemieszczeń i współczynników intensywności naprężeń (WIN) przez porównanie ze znanymi rozwiązaniami analitycznymi oraz zbadano czasochłonność obliczeń. Porównano wyniki otrzymane dla różnej liczby elementów brzegowych, różnej szerokości elementów wzdłuż krawędzi pęknięcia i aproksymacji za pomocą zwykłych i osobliwych elementów brzegowych.

W rozdziale 5. przedstawiono analizę pęknięcia prostokątnego i wielu równoległych pęknięć prostokątnych. Badano zmienność WIN wzdłuż krawędzi pęknięć dla różnych proporcji wymiarów pęknięć prostokątnych. Określono wskaźnik uwarunkowania macierzy głównej dla wielu równoległych pęknięć, który decyduje o jakości rozwiązania numerycznego. Badano wpływ odległości pęknięć i ich liczby na wskaźnik.

Rozdział 6. zawiera ogólne wnioski z przeprowadzonych badań i prezentuje perspektywy dalszego rozwoju metody.

W dodatku A przedstawiono współczynniki wpływu dla aproksymacji potęgowej, a w dodatku B algorytm programu komputerowego.

Spis literatury zawiera 77 pozycji. Doktorant jest współautorem 6 publikacji.

3. Ocena merytoryczna rozprawy

W pracy przedstawiono brzegowe równania całkowe dla sformułowania bezpośredniego, które mogą być zastosowane do analizy materiałów jednorodnych i materiałów składających się z podobszarów o różnych własnościach zawierających szczeliny i pustki z różnymi warunkami brzegowymi na powierzchniach. Do aproksymacji wielkości na powierzchniach zastosowano płaskie czterowęzłowe czworokątne elementy brzegowe o dowolnym kształcie. Element może aproksymować zmienność pól mechanicznych w otoczeniu krawędzi elementu za pomocą funkcji potęgowej o dowolnym wykładniku z przedziału $(0, 1)$. Opisano sposób obliczania całek funkcji o różnym stopniu osobliwości, występujących w brzegowych równaniach całkowych.

Doktorant opracował własny program komputerowy w języku C++ do analizy pęknięć za pomocą hiperosobliwego równania całkowego. W pracy rozpatrywano rozciągane i ścinane płaskie pęknięcie kołowe, rozciągane pęknięcia prostokątne i walcowe. Badano wpływ różnych proporcji wymiarów pęknięcia prostokątnego i walcowego na WIN. Analizowano pęknięcia podzielone na różną liczbę elementów brzegowych i stosowano elementy krawędziowe o różnej szerokości. Porównano wyznaczone względne przemieszczenia powierzchni pęknięć i współczynniki intensywności naprężeń ze znanymi rozwiązaniami analitycznymi.

Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów numerycznych sformułowano wnioski dotyczące wymaganej liczby elementów brzegowych i czasochłonności obliczeń. Wykazano, że zastosowanie specjalnej aproksymacji wzdłuż krawędzi pęknięcia znacznie poprawia dokładność rozwiązania. Określono optymalną szerokość specjalnych elementów brzegowych stosowanych wzdłuż krawędzi pęknięcia, które zapewniają największą dokładność.

W wyniku realizacji rozprawy doktorskiej powstało 6 publikacji współautorskich, które znajdują się w wykazie literatury. Prace opublikowano w czasopiśmie (*Journal of Elasticity* – JCR IF=2.21, *Computers and Geotechnics* – JCR - IF=5.50, *Journal of Mathematics and Applications*) i materiałach konferencji międzynarodowych. Badania przeprowadzone w ramach pracy doktorskiej były wynikiem udziału Doktoranta w projekcie HYDROFRAC (*Enhancing hydraulic fracturing on the basis of numerical simulation of coupled geomechanical, hydrodynamic and microseismic processes – Maria Curie Program P7*)

Do recenzowanej rozprawy doktorskiej mam następujące uwagi:

1. W pracy nie opisano metody wyznaczania współczynników intensywności naprężeń.
2. Doktorant stosował czworokątne czterowęzłowe elementy brzegowe o dowolnym położeniu węzłów. W szczególnym przypadku węzły mogły pokrywać się powodując, że element jest trójkątem. W metodzie elementów brzegowych i skończonych nie zaleca się stosowania silnie zniekształconych elementów ponieważ wpływa to na jakość interpolowanych wielkości i zmienność jacobianu transformacji w obszarze elementu.
3. Czy rozpatrywano możliwość występowania osobliwości pola naprężeń na dwóch sąsiednich krawędziach elementu brzegowego (element znajdujący się w narożu pęknięcia prostokątnego)?

4. W przypadku wielu równoległych pęknięć prostokątnych przedstawiono tylko wskaźniki uwarunkowania macierzy współczynników układu równań. Sformułowano wnioski dotyczące stanu naprężeń wokół szczelin, współczynników intensywności naprężeń i otwarcia pęknięć, które nie są poparte wynikami prezentowanymi w pracy. Przedstawiono tylko poglądowy rysunek odkształconego układu pęknięć.
5. W rozdziale 5.1. „*Rozkład współczynnika intensywności naprężeń wzdłuż krawędzi prostokątnego pęknięcia*” nie porównano WIN z innymi rozwiązaniami. Rozwiązania dla pęknięć prostokątnych prezentowane są np. w pracach Wang Q., Noda N-A, Honda M-A, Chen M., Variation of stress intensity factor along the front of a 3D rectangular crack by using a singular integral equation method, *International Journal of Fracture*, 108, pp. 119-131 (2001), Vafa J.P., Fariborz S.J., Analysis of rectangular cracks in elastic bodies, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 87, pp. 78-90 (2017) i innych.
6. Wniosek przedstawiony w pracy w rozdziale 6. „*Zaprezentowana metoda znacząco poprawia jakość modelowania trójwymiarowych i silnie niejednorodnych ośrodków z wtrąceniami, pęknięciami, porami i z dowolnymi warunkami kontaktu na granicy elementów struktury.*” nie jest poparty wynikami prezentowanymi w pracy. Badano tylko materiały jednorodne z pęknięciami o nieobciążonych powierzchniach.
7. W pracy brak jest powołania na polskie podręczniki dotyczące mechaniki pękania, np. Neimitza „*Mechanika pękania*”, Germana i Biel-Gołaskiej „*Podstawy i zastosowanie mechaniki pękania w zagadnieniach inżynierskich*”, Bochenka „*Elementy mechaniki pękania*”, itp.

Rozprawa doktorska jest staranie zredagowana. W pracy dostrzegłem następujące błędy redakcyjne:

1. str. 23, równ. (2.1). Należałoby podkreślić, że równanie ma taką postać w przypadku braku sił objętościowych. Nie wyjaśniono znaczenia zmiennej x_j .
2. str. 24, równ. (2.7) „*współrzędne tensora naprężeń*”. Wielkość zdefiniowana równaniem jest tensorem sprężystości (tensorem stałych materiałowych).
3. str. 25. Brak numeracji równania między równ. (2.11) i (2.12). Ta uwaga dotyczy także innych równań występujących w pracy.
4. str. 27, „*jednostkowe siły F_2 i F_3 przykładane w punkcie x* ”. Powinno być „*jednostkowe siły F^2 i F^3 przykładane w punkcie ξ* ”.
5. str. 30, „ *$T_H(x, \xi)$ dla pól naprężeń*”. Powinno być „ *$J_H(x, \xi)$ dla pól naprężeń*”.
6. str. 30, równ. (2.32) i (2.33). Współczynniki $w(\xi)$ powinny mieć indeksy.
7. str. 39, „*hiperosobliwego r_H* ”. Powinno być „*hiperosobliwego t_H* ”.
8. str. 39, „*z lewej i prawej strony powierzchni S* ”. Prawdopodobnie powinno być „*od strony zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni S* ”

9. str. 40, równ. (2.68) i (2.69). Należałoby podkreślić, że równania mają taką postać dla gładkiej powierzchni S .
10. str. 41, „ustalamy dowolnie kierunek normalnej w każdym punkcie powierzchni kontaktu”. Prawdopodobnie chodzi o ustalenie dowolnie zwrotu normalnej.
11. str. 44, „równanie bezpośredniego podejścia (2.79) jest zbieżne z równaniem (2.47)”. Powinno być „równanie bezpośredniego podejścia (2.79) jest takie same jak równanie (2.47)”.
12. str. 44, „odkształcenia są takie same na wspólnej powierzchni S ”. Identyczność dotyczy przemieszczeń.
13. str. 44, „potencjały połączone zależnością Bettiego”. Powinno być „związek między potencjałami wynika z równania Bettiego”.
14. str. 48, „powierzchniowy element jest trapezem (rys. 8)”. Niewłaściwa kolejność rysunków w pracy – najpierw powołanie na rys. 8, a później na rys. 6. Brak powołania na rys. 7.
15. str. 48 i 49. Na rys. 6 i 7 brak oznaczeń rysunków a), b), c) itp.
16. str. 50, równ. (3.6). Indeksy współczynnika c_{kl} powinny być ij .
17. str. 62. Doktorant używa angielskiego akronimu SIF nazwy współczynniki intensywności naprężeń. W literaturze polskiej stosowany jest polski akronim WIN.
18. str. 63, rys. 9. W pracy nie podano wymiarów rozpatrywanych pęknięć (nie wiadomo jaka jest szerokość elementów krawędziowych w stosunku do wymiarów pęknięć).
19. str. 66, rys. 10. Nie wiadomo, które wykresy dotyczą K_{II} i K_{III} . Czy współczynniki intensywności naprężeń zostały znormalizowane?
20. str. 70. W wielkości normalizującej współczynniki intensywności naprężeń brakuje siły powierzchniowej.
21. str. 75, rys. 16. Podpis pod rysunkiem „długości b ”. Powinno być „długości l ”.

4. Wnioski końcowe

W recenzowanej rozprawie, Doktorant przedstawił brzegowe równania całkowite podejścia bezpośredniego, które mogą być wykorzystane w analizie materiałów niejednorodnych i nieciągłych. Opracował metodę i własny program komputerowy analizy pęknięć w obszarach przestrzennych. Zbadał dokładność i efektywność zastosowania specjalnych elementów brzegowych wzdłuż krawędzi pęknięć.

Zastosowanie proponowanego wariantu metody elementów brzegowych w analizie przestrzennych zagadnień mechaniki pęknięcia jest oryginalnym osiągnięciem. Świadczy o tym opublikowanie wyników badań w renomowanych czasopismach o zasięgu światowym.

Temat rozprawy wymagał od Doktoranta wiedzy z zakresu mechaniki ciała stałego, metod numerycznych i metody elementów brzegowych. Szczególnie trudnym zadaniem było opracowanie własnego programu komputerowego do analizy pęknięć w obszarach przestrzennych.

Krytyczne uwagi, przedstawione w punkcie 3. niniejszej recenzji, nie umniejszają wartości naukowej rozprawy.

Podsumowując recenzję, stwierdzam, że rozprawa doktorska przedstawiona przez mgra inż. Dawida Jaworskiego spełnia warunki określone przez ustawę z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. 2018 poz. 1668 z zm.) i może stanowić podstawę do nadania stopnia naukowego doktora nauk technicznych w dyscyplinie inżynieria mechaniczna.

Wnoszę o dopuszczenie rozprawy doktorskiej do publicznej obrony przed Radą Dyscypliny Inżynieria Mechaniczna Politechniki Rzeszowskiej im. Ignacego Łukasiewicza.

